

# 1 Plan du cours de Finance Stochastique

1. Cadre général d'analyse de la valorisation des actifs contingents.
  - (a) Définition d'un actif contingent.
    - i. Les options
    - ii. Les actifs contingents au taux d'intérêt
  - (b) Théorie de l'arbitrage et probabilité neutre au risque.
    - i. La notion d'arbitrage et la relation de parité call-put
    - ii. Formalisation mathématique de la théorie de l'arbitrage
    - iii. Apparition d'une mesure de probabilité neutre au risque
  - (c) Théorie des marchés.
    - i. Notion de stratégie
    - ii. Marché viable
    - iii. Marché complet
2. Valorisation des actifs contingents en temps discret.
  - (a) Présentation générale d'un modèle binomial stationnaire.
    - i. Le modèle d'évolution
    - ii. Le modèle binomial
    - iii. Le modèle stationnaire
  - (b) Valorisation des options européennes, américaines et asiatiques dans le modèle de COX, ROSS et RUBINSTEIN [1979].
    - i. Présentation générale du modèle d'évaluation
    - ii. Les options européennes
    - iii. Les options américaines
    - iv. Les options asiatiques
    - v. Les méthodes de simulation
  - (c) Valorisation des *fra*, *cap*, *floor* et *collar* sur taux d'intérêt dans le modèle de HO et LEE [1986].
    - i. Le modèle de structure par terme des taux d'intérêt de Ho et Lee
    - ii. Valorisation des actifs contingents
3. Valorisation des actifs contingents en temps continu.
  - (a) Mathématiques stochastiques.
    - i. Rappel sur les processus stochastiques
    - ii. Processus de Wiener (ou mouvement brownien)
    - iii. Intégrale stochastique (ou intégrale d'Ito)
    - iv. Equations différentielles stochastiques et Lemme d'Ito
    - v. EDP et théorème de représentation de Feynman-Kac
    - vi. Théorème de Martin-Girsanov
  - (b) Equation fondamentale de la Finance.
    - i. Dérivation de l'équation de valorisation dans un modèle à un seul facteur
    - ii. Probabilité neutre au risque et valorisation des actifs contingents
    - iii. Probabilité neutre au risque et martingales
  - (c) Le modèle de BLACK et SCHOLES [1973].

- i. Dérivation de la prime d'une option européenne d'achat
    - ii. Parité call-put et prime d'une option européenne de vente
  - (d) Extension à la valorisation des options sur Futures et des options de change.
    - i. Le modèle de BLACK [1976] et les options sur Futures
    - ii. Le modèle de GARMAN et KOHLHAGEN [1983] et les options de change
  - (e) Eléments pour la gestion des options
    - i. Coefficients caractéristiques d'une option : Delta, Gamma, etc.
    - ii. Volatilité implicite d'une option
  - (f) Extension au cas multidimensionnel
    - i. Mathématiques stochastiques des processus de Wiener multidimensionnels
    - ii. Equation fondamentale de la Finance dans un modèle à  $n$  facteurs
    - iii. Valorisation d'une option sur spread
4. Méthodes numériques de résolution.
- (a) Les méthodes de simulation.
    - i. Simulation d'une équation différentielle stochastique
    - ii. Méthode de Monte Carlo
    - iii. Techniques de réduction de variance : accélération et variables antithétiques
    - iv. Valorisation des options exotiques
  - (b) Les méthodes d'approximation.
    - i. Approximation d'une EDS par une chaîne de Markov discrète
    - ii. Résolution numérique d'une équation différentielle partielle parabolique du second ordre par la méthode des différences finies et des  $\theta$ -schémas : application à l'équation fondamentale de la Finance

## 2 Bibliographie

- AFTALION, F. [1995], Marchés des changes et produits dérivés, PUF, Paris
- AUGROS, J-C. [1987], Finance, Economica, Paris
- AUGROS, J-C. [1989], Les Options sur Taux d'Intérêt, Economica, Paris
- BLACK, F. et M. SCHOLES [1973], The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637-659
- BOISSONNADE, J. [1997], Les options exotiques, Editions ESKA, Paris
- COX, J.C., S. ROSS et M. RUBINSTEIN [1979], Option pricing : a simplified approach, *Journal of Financial Economics*, **7**, 229-263
- COX, J.C. et M. RUBINSTEIN [1985], Options Markets, Prentice-Hall, Englewood Cliffs
- FRIEDMAN [1975], Stochastic differential equations and applications, Academic Press, New York
- GIBSON, R. [1993], L'évaluation des options, PUF, Paris
- HARRISON, M.J. et D.M. KREPS [1979], Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets, *Journal of Economic Theory*, **29**, 381-408
- HO, T.S. et S. LEE [1986], Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, *Journal of Finance*, **41**, 1011-1028
- LAMBERTON, D. et B. LAPEYRE [1991], Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance, Ellipses, Paris
- MARQUET, Y. [1988], Les marchés d'options négociables sur contrat à terme, Economica, Paris
- RONCALLI, T. [1995], Introduction à la programmation sous GAUSS, Global Design, Paris
- ROCHET, J-C. et G. DEMANGE [1992], Méthodes Mathématiques de la Finance, Economica, Paris
- SIMON, Y. [1994], Les Marchés dérivés, *Gestion Poche*, Economica, Paris