

1 Plan du cours de Finance Stochastique

1. Cadre général d'analyse de la valorisation des actifs contingents.
 - (a) Définition d'un actif contingent.
 - i. Les options
 - ii. Les actifs contingents au taux d'intérêt
 - (b) Théorie de l'arbitrage et probabilité neutre au risque.
 - i. La notion d'arbitrage et la relation de parité call-put
 - ii. Formalisation mathématique de la théorie de l'arbitrage
 - iii. Apparition d'une mesure de probabilité neutre au risque
 - (c) Théorie des marchés.
 - i. Notion de stratégie
 - ii. Marché viable
 - iii. Marché complet
2. Valorisation des actifs contingents en temps discret.
 - (a) Présentation générale d'un modèle binomial stationnaire.
 - i. Le modèle d'évolution
 - ii. Le modèle binomial
 - iii. Le modèle stationnaire
 - (b) Valorisation des options européennes, américaines et asiatiques dans le modèle de COX, ROSS et RUBINSTEIN [1979].
 - i. Présentation générale du modèle d'évaluation
 - ii. Les options européennes
 - iii. Les options américaines
 - iv. Les options asiatiques
 - v. Les méthodes de simulation
 - (c) Valorisation des *fra*, *cap*, *floor* et *collar* sur taux d'intérêt dans le modèle de HO et LEE [1986].
 - i. Le modèle de structure par terme des taux d'intérêt de Ho et Lee
 - ii. Valorisation des actifs contingents
3. Valorisation des actifs contingents en temps continu.
 - (a) Mathématiques stochastiques.
 - i. Rappel sur les processus stochastiques
 - ii. Processus de Wiener (ou mouvement brownien)
 - iii. Intégrale stochastique (ou intégrale d'Ito)
 - iv. Equations différentielles stochastiques et Lemme d'Ito
 - v. EDP et théorème de représentation de Feynman-Kac
 - vi. Théorème de Martin-Girsanov
 - (b) Equation fondamentale de la Finance.
 - i. Dérivation de l'équation de valorisation dans un modèle à un seul facteur
 - ii. Probabilité neutre au risque et valorisation des actifs contingents
 - iii. Probabilité neutre au risque et martingales
 - (c) Le modèle de BLACK et SCHOLES [1973].

- i. Dérivation de la prime d'une option européenne d'achat
 - ii. Parité call-put et prime d'une option européenne de vente
 - (d) Extension à la valorisation des options sur Futures et des options de change.
 - i. Le modèle de BLACK [1976] et les options sur Futures
 - ii. Le modèle de GARMAN et KOHLHAGEN [1983] et les options de change
 - (e) Eléments pour la gestion des options
 - i. Coefficients caractéristiques d'une option : Delta, Gamma, etc.
 - ii. Volatilité implicite d'une option
 - (f) Extension au cas multidimensionnel
 - i. Mathématiques stochastiques des processus de Wiener multidimensionnels
 - ii. Equation fondamentale de la Finance dans un modèle à n facteurs
 - iii. Valorisation d'une option sur spread
4. Méthodes numériques de résolution.
- (a) Les méthodes de simulation.
 - i. Simulation d'une équation différentielle stochastique
 - ii. Méthode de Monte Carlo
 - iii. Techniques de réduction de variance : accélération et variables antithétiques
 - iv. Valorisation des options exotiques
 - (b) Les méthodes d'approximation.
 - i. Approximation d'une EDS par une chaîne de Markov discrète
 - ii. Résolution numérique d'une équation différentielle partielle parabolique du second ordre par la méthode des différences finies et des θ -schémas : application à l'équation fondamentale de la Finance

2 Bibliographie

- AFTALION, F. [1995], Marchés des changes et produits dérivés, PUF, Paris
- AUGROS, J-C. [1987], Finance, Economica, Paris
- AUGROS, J-C. [1989], Les Options sur Taux d'Intérêt, Economica, Paris
- BLACK, F. et M. SCHOLES [1973], The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637-659
- BOISSONNADE, J. [1997], Les options exotiques, Editions ESKA, Paris
- COX, J.C., S. ROSS et M. RUBINSTEIN [1979], Option pricing : a simplified approach, *Journal of Financial Economics*, **7**, 229-263
- COX, J.C. et M. RUBINSTEIN [1985], Options Markets, Prentice-Hall, Englewood Cliffs
- FRIEDMAN [1975], Stochastic differential equations and applications, Academic Press, New York
- GIBSON, R. [1993], L'évaluation des options, PUF, Paris
- HARRISON, M.J. et D.M. KREPS [1979], Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets, *Journal of Economic Theory*, **29**, 381-408
- HO, T.S. et S. LEE [1986], Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, *Journal of Finance*, **41**, 1011-1028
- LAMBERTON, D. et B. LAPEYRE [1991], Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance, Ellipses, Paris
- MARQUET, Y. [1988], Les marchés d'options négociables sur contrat à terme, Economica, Paris
- RONCALLI, T. [1995], Introduction à la programmation sous GAUSS, Global Design, Paris
- ROCHET, J-C. et G. DEMANGE [1992], Méthodes Mathématiques de la Finance, Economica, Paris
- SIMON, Y. [1994], Les Marchés dérivés, *Gestion Poche*, Economica, Paris